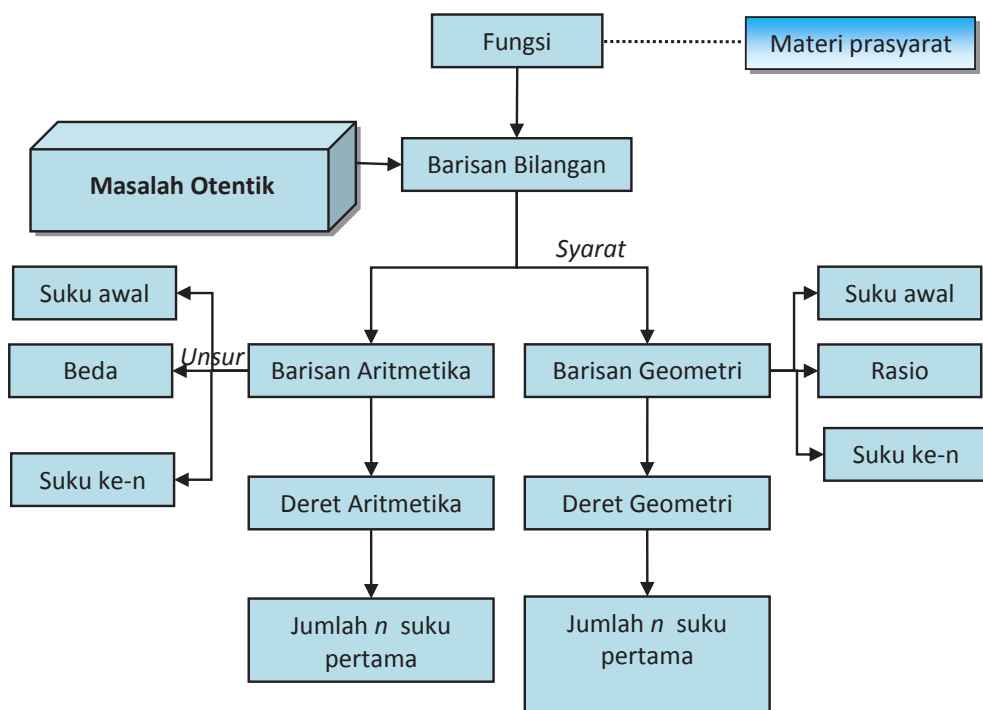
Barisan dan Deret

A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
Setelah mengikuti pembelajaran barisan dan deret, siswa mampu: 1. menghayati pola hidup disiplin, kritis, bertanggungjawab, konsisten dan jujur serta menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari; 2. memprediksi pola barisan dan deret aritmetika dan geometri atau barisan lainnya melalui pengamatan dan memberikan alasannya; 3. menyajikan hasil menemukan pola barisan dan deret dan penerapannya dalam penyelesaian masalah sederhana.	Melalui pembelajaran materi barisan dan deret aritmetika dan geometri atau barisan lainnya, siswa memperoleh pengalaman belajar: • menemukan konsep dan pola barisan dan deret melalui pemecahan masalah otentik; • berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur; • berpikir tingkat tinggi (berpikir kritis, kreatif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep dan pola barisan dan deret dalam memecahkan masalah otentik.

Istilah Penting

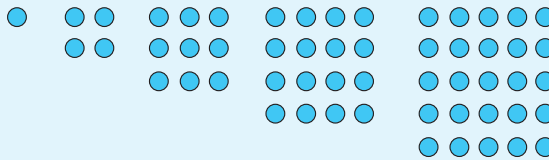
- *Pola Bilangan*
- *Beda*
- *Rasio*
- *Suku*
- *Jumlah n suku pertama*

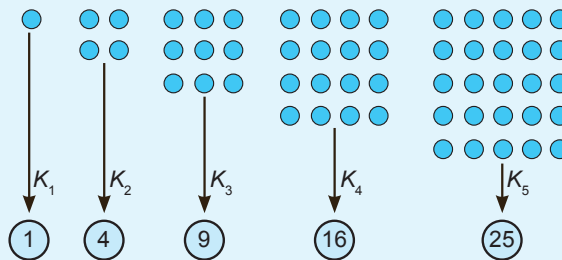
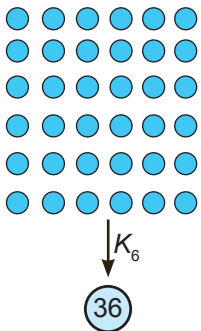
B. PETA KONSEP

C. MATERI PEMBELAJARAN

1. Menemukan Pola Barisan dan Deret

Amati dan kritisi masalah nyata kehidupan yang dapat dipecahkan secara arif dan kreatif melalui proses matematisasi. Dalam proses pembelajaran barisan dan deret, berbagai konsep dan aturan matematika terkait barisan dan deret akan ditemukan melalui pemecahan masalah, melihat pola susunan bilangan, menemukan berbagai strategi sebagai alternatif pemecahan masalah.

Kita akan mempelajari beberapa kasus dan contoh yang berkaitan dengan barisan dan deret pada bab ini. Barisan suatu objek membicarakan masalah urutannya dengan aturan tertentu. Aturan yang dimaksud adalah pola barisan. Kita memerlukan pengamatan terhadap suatu barisan untuk menemukan pola.

Beberapa kelereng dikelompokkan dan disusun sehingga setiap kelompok tersusun dalam bentuk persegi sebagai berikut:

Gambar 6.1 Susunan Kelereng

Kelereng dihitung pada setiap kelompok dan diperoleh barisan: 1, 4, 9, 16, 25.

Gambar 6.2 Jumlah Kelereng pada Setiap Kelompok

Permasalahan:
Dapatkah kamu temukan bilangan berikutnya pada barisan tersebut? Dapatkah kamu temukan pola barisan tersebut? Tentukan banyak kelereng pada kelompok ke-15?

Alternatif Penyelesaian

1.

Gambar 6.3 Jumlah kelereng pada kelompok ke-6

Kemungkinan metode yang dapat digunakan adalah membuat susunan benda berikutnya dan menghitung kembali banyak kelereng pada susunan itu.
Alternatif penyelesaian ini tidak efektif dan tidak efisien karena harus menyusun kembali banyak kelereng untuk kelompok berikutnya.

2. Alternatif penyelesaian lainnya adalah menemukan pola barisan tersebut. Perhatikan tabel berikut!

Tabel 6.1 Pola banyak kelereng pada setiap kelompok

Kelompok	Banyak Kelereng	Pola
K_1	1	$1 = 1 \times 1$
K_2	4	$4 = 2 \times 2$
K_3	9	$9 = 3 \times 3$
K_4	16	$16 = 4 \times 4$
K_5	25	$25 = 5 \times 5$
...	...	...
K_n	?	$? = n \times n$

Dengan pola barisan pada tabel di atas, bilangan berikutnya adalah $K_6 = 6 \times 6 = 36$ dan bilangan pada $K_{15} = 15 \times 15 = 225$.

3. Apakah ada pola yang lain pada barisan tersebut? Silahkan amati kembali tabel berikut!

Tabel 6.2 Pola banyak kelereng pada setiap kelompok

Kelompok	Banyak Kelereng	Pola
K_1	1	$1 = 1 + 0 = 1 + 1 \times 0$
K_2	4	$4 = 2 + 2 = 2 + 2 \times 1$
K_3	9	$9 = 3 + 6 = 3 + 3 \times 2$
K_4	16	$16 = 4 + 12 = 4 + 4 \times 3$
K_5	25	$25 = 5 + 20 = 5 + 5 \times 4$
...	...	...
K_n	?	$? = n + n \times (n - 1)$

Jadi pola barisan adalah $K_n = n + n \times (n-1)$ sehingga bilangan berikutnya adalah K_6 = 6 + 6 × 5 =36 dan bilangan pada K_{15} = 15 + 15 × 14 =225.

Kamu dapat dengan mudah menentukan bilangan-bilangan berikutnya pada sebuah barisan bilangan jika dapat menemukan pola barisannya. Silahkan pelajari pola barisan pada beberapa contoh berikut.

Contoh 6.1

Perhatikan barisan huruf berikut:

A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D ...

Amatilah barisan huruf tersebut terlebih dahulu! Tentukanlah huruf pada urutan $2^5 \times 3^3$!

Penyelesaian

Pertama, kita perlihatkan urutan setiap huruf pada barisan, sebagai berikut:

A	*B*	*B*	*C*	*C*	*C*	*D*	*D*	*D*	*D*	*A*	*B*	*B*	*C*	*C*	*C*	*D*	*D*	*D*	*D*	...
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	...

Jika kamu amati dengan teliti, kelompok huruf *ABBCCCDDDD* pada urutan 1 sampai 10 berulang. Perulangan kelompok huruf terjadi pada setiap kelipatan 10 huruf pertama. Jadi, huruf pada urutan 1 sama dengan huruf pada urutan 11, urutan 21, urutan 31, dan seterusnya.

Kedua, huruf pada urutan $2^5 \times 3^3$ adalah huruf pada urutan 32 × 27 = 864 atau $864 = 860 + 4 = 86 \times 10 + 4$ sehingga perulangan kelompok huruf tersebut mengalami perulangan sebanyak 86 kali. Dengan demikian, huruf pada urutan ke-864 sama dengan huruf pada urutan ke-4 atau *C*. Perhatikan tabel di bawah ini!

Tabel 6.3 Urutan barisan huruf

Urutan ke	Huruf	Urutan ke	Huruf	...	Urutan ke	Huruf	Urutan ke	Huruf
1	*A*	11	*A*	...	851	*A*	861	*A*
2	*B*	12	*B*	...	852	*B*	862	*B*
3	*B*	13	*B*	...	853	*B*	863	*B*
4	*C*	14	*C*	...	854	*C*	864	*C*
5	*C*	15	*C*	...	855	*C*		
6	*C*	16	*C*	...	856	*C*		
7	*D*	17	*D*	...	857	*D*		
8	*D*	18	*D*	...	858	*D*		
9	*D*	19	*D*	...	859	*D*		
10	*D*	20	*D*	...	860	*D*		

Contoh 6.2

Sebuah barisan bilangan dituliskan sebagai berikut: 12345678910111213141516171 81920212223242526... sehingga suku ke-10 = 1, suku ke-11 = 0, suku ke-12 = 1 dan seterusnya. Dapatkah anda temukan bilangan yang menempati suku ke-2004?

Penyelesaian

Mari kita amati kembali barisan tersebut, sebagai berikut:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0	1	1	1	2	1	3	1	...	?
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$u1$	$u2$	$u3$	$u4$	$u5$	$u6$	$u7$	$u8$	$u9$	$u10$	$u11$	$u12$	$u13$	$u14$	$u15$	$u16$	$u17$	$u18$	...	$u2004$

u_n menyatakan suku ke-n pada barisan dengan n = 1, 2, 3, 4, ...

Kita akan mencari bilangan yang menempati suku ke-2004 dengan menghitung banyak suku pada bilangan satuan, puluhan, dan ratusan sebagai berikut:

Langkah 1. Mencari banyak suku pada barisan bilangan satuan (1 sampai 9):
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Banyak suku pada barisan bilangan satuan adalah 1 × 9 = 9 suku.

Langkah 2. Mencari banyak suku pada barisan bilangan puluhan (10 sampai 99)
10, 11, 12, 13, ...,19 terdapat 2 × 10 suku = 20 suku
20, 21, 22, 23, ...,29 terdapat 2 × 10 suku = 20 suku
...
90, 91, 92, 93, ..., 99 terdapat 2 × 10 suku = 20 suku
Banyak suku pada barisan bilangan puluhan adalah 9 × 20 = 180 suku.
Jadi, banyak suku pada barisan 1 sampai 99 adalah 9 + 180 = 189 suku.

Langkah 3. Mencari banyak suku pada barisan bilangan ratusan (100 sampai 999)
Jika ratusan (100 sampai 99)
100, 101, 102, 103, ..., 109 terdapat 3 × 10 suku = 30 suku
110, 111, 112, 113, ..., 119 terdapat 3 × 10 suku = 30 suku
120, 121, 122, 123, ..., 129 terdapat 3 × 10 suku = 30 suku
...
690, 691, 692, 693, ..., 699 terdapat 3 × 10 suku = 30 suku

Banyak suku untuk barisan bilangan ratusan dengan ratusan 1 sampai 6 adalah 6 × 10 × 30 = 1800 suku

Jadi terdapat sebanyak 9 + 180 + 1800 = 1989 suku pada barisan bilangan 1 sampai dengan 699 sehingga suku ke-1989 adalah 9. Suku berikutnya (suku ke-1990) adalah barisan bilangan dengan ratusan sebagai berikut.

9	7	0	0	7	0	1	7	0	2	7	0	3	7	0	4
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$u1989$	$u1990$	$u1991$	$u1992$	$u1993$	$u1994$	$u1995$	$u1996$	$u1997$	$u1998$	$u1999$	$u2000$	$u2001$	$u2002$	$u2003$	$u2004$

Bilangan pada suku ke-2004 adalah 4.

Contoh 6.3

Tentukan pola barisan $\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{12},\frac{1}{20},\frac{1}{30},\frac{1}{42},\ldots,\frac{1}{9900}$. Tentukanlah banyak suku pada barisan tersebut!

Penyelesaian

Jika u_n adalah suku ke-n dari sebuah barisan dengan $n = 1, 2, 3,\ldots$ maka barisan di atas disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 6.4 Pola Barisan

Suku ke	Nilai	Pola
u_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}=\frac{1}{1^2+1}$
u_2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}=\frac{1}{2^2+2}$
u_3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}=\frac{1}{3^2+3}$
u_4	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}=\frac{1}{4^2+4}$
u_5	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}=\frac{1}{5^2+5}$
u_6	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{42}=\frac{1}{6^2+6}$
...	...	...
u_n	?	$? = \frac{1}{n^2+n}$

Berdasarkan pola barisan $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$ yang telah diperoleh pada tabel di bawah maka $u_n = \frac{1}{9900}$ atau

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{n^2 + n} = \frac{1}{9900}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^2 + n = 9900$$

$$\Leftrightarrow \quad n^2 + n - 9900 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (n - 99)(n + 100) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad n_1 = 99 \text{ atau } n_2 = -100$$

Barisan $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \ldots, \frac{1}{9900}$ terdiri dari 99 suku.

- Diskusikan dengan temanmu kenapa yang digunakan $n = 99$?

Jika s_n adalah jumlah n suku pertama dari sebuah barisan dengan $n = 1, 2, 3, \ldots$ maka deret dari barisan di atas disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 6.5: Pola Deret

Deret	Jumlah suku-suku	Nilai
s_1	u_1	$\frac{1}{2}$
s_2	$u_1 + u_2$	$\frac{2}{3}$
s_3	$u_1 + u_2 + u_3$	$\frac{3}{4}$
s_4	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4$	$\frac{4}{5}$
s_5	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6$	$\frac{5}{6}$
s_6	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6$	$\frac{6}{7}$
...	...	...
s_n	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + \ldots + u_n$	$s_n = \frac{n}{n+1}$

Berdasarkan tabel di atas, s_1, s_2, s_3, ..., s_n, ..., yaitu $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots, \frac{99}{100}, \ldots$ adalah sebuah barisan dengan pola $s_n = \frac{n}{n+1}$.

Karena $n = 99$ maka $s_{99} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \ldots + \frac{1}{9900} = \frac{99}{100}$.

Jika s_n adalah jumlah n suku pertama dari sebuah barisan dengan n = 1, 2, 3, ... atau $s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$ dan $s_{n-1} = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1}$ maka $s_n = s_{n-1} + u_n$ atau $u_n = s_n - s_{n-1}$.

Contoh 6.4

Suatu barisan dengan pola deret $s_n = 2n^3 - 3n^2$. Tentukan pola barisan tersebut kemudian tentukanlah suku ke-10!

Penyelesaian

Dengan rumus $u_n = s_n - s_{n-1}$ maka dapat ditentukan $s_n = 2n^3 - 3n^2$ maka

$$s_{n-1} = 2(n-1)^3 - 3(n-1)^2$$

$$s_{n-1} = (2n^3 - 6n^2 + 6n - 2) - (3n^2 - 6n + 3)$$

$$s_{n-1} = 2n^3 - 9n^2 + 12n - 5$$

Jadi,

$$u_n = s_n - s_{n-1} = (2n^3 - 3n^2) - (2n^3 - 9n^2 + 12n - 5)$$

$$u_n = 6n^2 - 12n + 5$$

Pola barisan tersebut adalah $u_n = 6n^2 - 12n + 5$ sehingga:

$$u_{10} = 6(10)^2 - 12(10) + 5 = 600 - 120 + 5 = 485$$

Jadi, suku ke-10 pada barisan tersebut adalah 485.

2. Menemukan Konsep Barisan dan Deret Aritmetika

Pada sub-bab di atas, kita telah membicarakan masalah pola dari barisan dan deret bilangan secara umum. Berikutnya, kita akan belajar menemukan konsep barisan dan deret aritmetika.

a. Barisan Aritmetika

Masalah-6.2

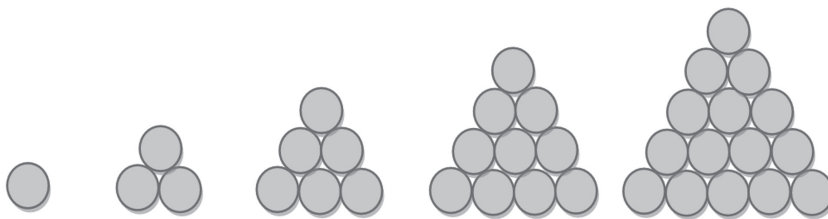
Gambar 6.4 Tumpukan Buah Jeruk

Perhatikan gambar tumpukan jeruk di samping ini! Bagaimana cara menentukan atau menduga banyak buah dalam satu tumpukan?

Alternatif Penyelesaian

Jika diperhatikan Gambar 6.5, maka diperoleh susunan dari beberapa jeruk. Jeruk itu dapat disusun membentuk sebuah piramida.

Gambar 6.5 Susunan piramida jeruk

Jumlah jeruk pada bagian bawah tumpukan akan lebih banyak dibandingkan pada susunan paling atas. Misalkan susunan jeruk tersebut disederhanakan menjadi sebuah susunan segitiga, seperti Gambar 6.6.

Gambar 6.6 Susunan bulatan bentuk segitiga

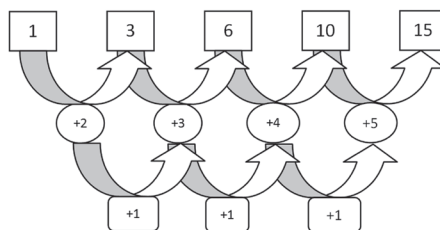
- Mengapa harus dengan susunan segitiga, coba lakukan dengan susunan segi empat. Apa yang kamu temukan?

Banyaknya bulatan yang tersusun dari setiap kelompok dapat dituliskan dengan bilangan, yaitu 1, 3, 6, 10, 15. Bilangan tersebut membentuk barisan perhatikan polanya:

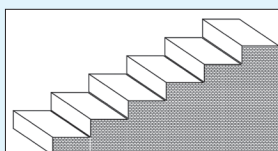
Gambar 6.7. Pola susunan banyak jeruk dalam tumpukan

Ternyata beda antara setiap dua bilangan

yang berdekatan membentuk barisan yang baru yaitu 2, 3, 4, 5,... Perhatikan skemanya pada Gambar 6.8 berikut:

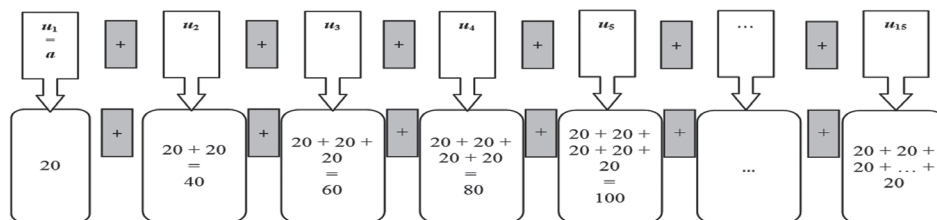
Beda setiap dua bilangan yang berdekatan pada barisan 2, 3, 4, 5,... adalah tetap yaitu 1. Dengan demikian barisan 2, 3, 4, 5,... disebut "Barisan Aritmetika" dan barisan 1, 3, 6, 10, 15, ... disebut "Barisan Aritmetika Tingkat Dua".

Gambar 6.8. Pola turunan banyak jeruk dalam tumpukan

- Coba kamu bentuk sebuah barisan aritmetika tingkat tiga?

Masalah-6.3

Gambar 6.9: Tangga

Perhatikan masalah berikut!
Jika tinggi satu buah anak tangga adalah 20 cm, berapakah tinggi tangga jika terdapat 15 buah anak tangga? Tentukanlah pola barisan?

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan tinggi tangga maka permasalahan di atas diurutkan menjadi:

Dari uraian di atas, ditemukan susunan bilangan 20, 40, 60, 80, …

u_n : suku ke-n

$u_1 = 20 = 1 \times 20$

$u_2 = 40 = 2 \times 20$

$u_3 = 60 = 3 \times 20$

$u_4 = 80 = 4 \times 20$

$u_5 = 100 = 5 \times 20$

…

$u_n = n \times 20 = 20n$

Cermati pola bilangan $u_n = 20n$, sehingga $u_{15} = 15 \times 20 = 300$.
Berarti tinggi tangga tersebut sampai anak tangga yang ke-15 adalah 300 cm.

Masalah-6.4

Mbak Suci, seorang pengerajin batik di Gunung Kidul, ia dapat menyelesaikan 6 helai kain batik berukuran 2,4 m × 1,5 m selama 1 bulan. Permintaan kain batik terus bertambah sehingga Mba Suci harus menyediakan 9 helai kain batik pada bulan kedua, dan 12 helai pada bulan ketiga. Dia menduga, jumlah kain batik untuk bulan berikutnya akan 3 lebih banyak dari bulan sebelumnya. Dengan pola kerja tersebut, pada bulan berapakah Mbak Suci menyelesaikan 63 helai kain batik?

Alternatif Penyelesaian

Dari Masalah-6.4, dapat dituliskan jumlah kain batik sejak bulan pertama seperti di bawah ini.

Bulan I : $u_1 = a = 6$
Bulan II : $u_2 = 6 + 1.3 = 9$
Bulan III : $u_3 = 6 + 2.3 = 12$
Bulan IV : $u_4 = 6 + 3.3 = 15$

Demikian seterusnya bertambah 3 helai kain batik untuk bulan-bulan berikutnya sehingga bulan ke-n : $u_n = 6 + (n–1).3$ (n merupakan bilangan asli).

Sesuai dengan pola di atas, 63 helai kain batik selesai dikerjakan pada bulan ke-n. Untuk menentukan n, dapat diperoleh dari,

$63 = 6 + (n – 1).3$
$63 = 3 + 3n$
$n = 20$.

Jadi, pada bulan ke-20, Mbak Suci mampu menyelesaikan 63 helai kain batik.

Jika beda antara dua bilangan berdekatan di notasikan "b", maka pola susunan bilangan 6, 9, 12, 15,…, dapat dituliskan $u_n = a + (n – 1).b$.

Definisi 6.1

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang beda setiap dua suku yang berurutan adalah sama.

Beda, dinotasikan "b" memenuhi pola berikut.

$b = u_2 – u_1 = u_3 – u_2 = u_4 – u_3 = ... = u_n – u_{(n–1)}$

n: bilangan asli sebagai nomor suku, u_n adalah suku ke-n.

Berdasarkan definisi di atas maka diperoleh bentuk umum barisan aritmetika sebagai berikut.

$$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, \ldots, u_n$$

Setiap dua suku yang berurutan pada barisan aritmetika memiliki beda yang sama, maka diperoleh

$u_1 \;\; = a$
$u_2 \;\; = u_1 + 1.b$
$u_3 \;\; = u_2 + b = u_1 + 2.b$
$u_4 \;\; = u_3 + b = u_1 + 3.b$
$u_5 \;\; = u_4 + b = u_1 + 4.b$
…
$u_n \;\; = u_1 + (n-1)b$

Sifat-1

Jika $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, \ldots, u_n$ merupakan suku-suku barisan aritmetika. Rumus suku ke-n dari barisan tersebut dinyatakan sebagai berikut.

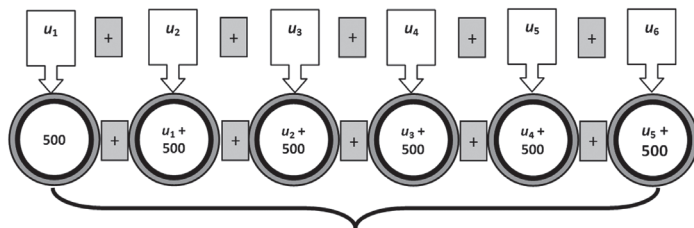
$$u_n = a + (n-1)b$$

$a = u_1$ = suku pertama barisan aritmetika
b = beda barisan aritmetika

Masalah-6.5

Setiap hari Orlyn menabungkan sisa uang jajannya. Uang yang ditabung setiap hari selama enam hari mengikuti pola barisan aritmetika dengan suku pertama $a = 500$ dan beda $b = 500$.
Bagaimana cara mengetahui banyaknya uang Orlyn yang ditabung pada hari ke-6?

Alternatif Penyelesaian

Penyelesaian Masalah-6.5 dapat dilakukan dengan membuat barisan aritmetika dari uang yang ditabung Orlyn kemudian menentukan suku terakhirnya.

Karena $u_n = a + (n - 1)b$ maka u_6 $= (a + 5b)$

$= 500 + 5(500)$

$= 500 + 2500$

$= 3000$

Berarti tabungan Orlyn pada hari ke-6 adalah Rp 3000,00.

Contoh 6.5

Tentukan nilai dari suku ke-n pada barisan di bawah ini!

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, … tentukan suku ke-15 !

b) 4, 1, – 2, – 5, – 8, … tentukan suku ke-18!

Penyelesaian

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, …

Dari barisan bilangan tersebut, diketahui bahwa

$u_1 = a = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \ldots.$

$b = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = 1.$

Karena $u_n = a + (u - 1)b$, maka $u_{15} = a + (15 - 1)b$.

$u_{15} = 1 + (15 - 1).1 = 15$

b) 4, 1, – 2, – 5, – 8, …

Diketahui:

$u_1 = a = 4, u_2 = 1, u_3 = -2, u_4 = -5 \ldots.$

$b = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = -3.$

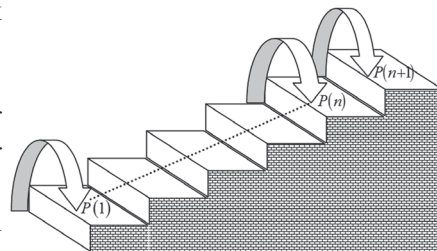
Karena $u_n = a + (n - 1)b$, maka $u_{18} = \mathrm{a} + (18 - 1)b$.

$u_{18} = 4 + (18 - 1). (-3) = -47$

b. Induksi Matematika

Misalkan untuk setiap bilangan asli n kita mempunyai pernyataan $P(n)$.

1. $P(1)$ bernilai benar.
2. Jika $P(n)$ benar, maka $P(n - 1)$ benar untuk setiap $n \geq 1$.

Maka $P(n)$ benar untuk setiap n bilangan asli. $P(1)$ bernilai benar disebut langkah dasar sedangkan jika $P(n)$ benar, maka $P(n + 1)$ benar untuk setiap $n \geq 1$ disebut langkah induktif. Prinsip pembuktian induktif dapat diilustrasikan dengan proses menaiki anak tangga.

Gambar 6.10 Anak Tangga

Contoh 6.6

Selidiki apakah jumlah n bilangan asli pertama, yaitu $1 + 2 + \ldots + n$ sama dengan $\frac{n(n+1)}{2}$!

Penyelesaian

Misalkan pernyataan $P(n) = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Langkah 1

Menunjukkan pernyataan tersebut benar untuk $n = 1$, diperoleh $\frac{1(1+1)}{2} = 1$ maka untuk $n = 1$ peryataan tersebut benar.

Langkah 2
Anggap pernyataan tersebut benar untuk $n = k$
yakni:

$1 + 2 + \ldots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

Langkah 3
Akan dibuktikan pernyataan tersebut benar untuk $n = k + 1$, yaitu:

$$1 + 2 + \ldots + k + (k + 1) = \frac{(k+1)\left((k+1)+1\right)}{2}$$

Bukti:
Dengan menggunakan manipulasi aljabar diperoleh:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + \ldots + k + (k + 1) &= \frac{k(k+1)}{2} + (k + 1) \\ &= \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2} \\ &= \frac{(k+1).(k+2)}{2} \\ &= \frac{(k+1).\left((k+1)+1\right)}{2} \end{aligned}$$

Berarti untuk $n = k + 1$, $P(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ adalah benar.

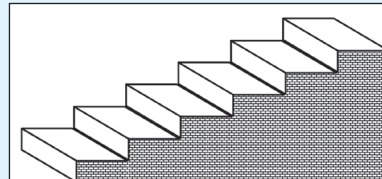
Jadi, $P(n) = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ adalah benar untuk n anggota himpunan bilangan asli.

Latihan 6.1

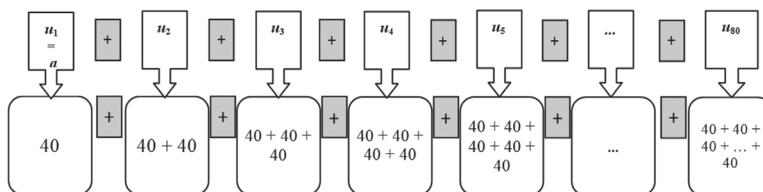
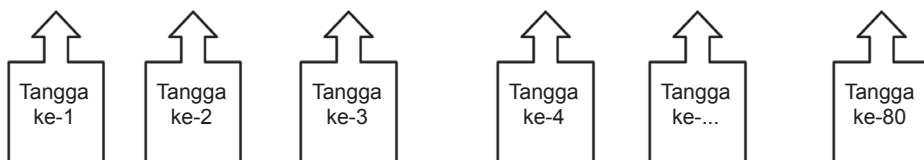
Selidiki kebenaran pernyataan $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1) = n^2$.

c. Deret Aritmetika

Masalah-6.6

Perhatikan kembali gambar di samping! Apakah kamu masih ingat tentang masalah anak tangga? Jika membuat sebuah anak tangga dibutuhkan 40 buah batu bata, berapa banyak batu bata yang dibutuhkan untuk membuat 80 buah anak tangga?

Gambar 6.11: Tangga

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan banyaknya batu bata yang dibutuhkan dalam membuat anak tangga pertama sampai anak tangga yang ke 80 dapat diilustrasikan seperti gambar berikut.

Berdasarkan gambar di atas dapat disimpulkan bahwa banyak batu bata yang dibutuhkan untuk membuat 80 buah anak tangga:

Susunan banyak batu bata membentuk barisan aritmetika:
40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400,….
Cukup jelas, bahwa, $u_1 = 40$ dan $b = 40$, maka $u_{80} = 3200$.
Karena pertanyaan dalam masalah ini adalah banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga, bukan banyak batu bata yang diperlukan membuat tangga ke-80 maka banyak batu bata harus dijumlahkan.

$$\underbrace{40+80+120+160+200+240+280+320+400+...+3160+3200}_{\text{sebanyak 80 suku}}$$

s_n adalah jumlah n suku pertama pada barisan. Perhatikan pola berikut:

- $s_2 = 40 + 80 = \dfrac{(40+80)\times 2}{2} = 120$
- $s_4 = 40 + 80 + 120 + 160 = \dfrac{(40+160)\times 4}{2} = 400$
- $s_6 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 = \dfrac{(40+240)\times 6}{2} = 840$
- $s_8 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 = \dfrac{(40+320)\times 8}{2} = 1440.$

Jadi, untuk menghitung jumlah 80 suku pertama, dilakukan dengan pola di atas,
$s_{80} = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 + 360 + 400 + \ldots + 3160 + 3200$
$= \dfrac{(40+3200)\times 80}{2} = 129.000.$

Jadi, banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga adalah 129.000 buah batu bata.

- Untuk penjumlahan bilangan di atas, bagaimana cara yang kamu gunakan jika banyak bilangan yang akan dijumlahkan adalah ganjil?

Susunan jumlah suku-suku barisan aritmetika, dinyatakan sebagai berikut.

$s_1 = u_1$
$s_2 = u_1 + u_2$
$s_3 = u_1 + u_2 + u_3$
$s_4 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$
...
$s_{(n-1)} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \ldots + u_{(n-1)}$
$s_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \ldots + u_{(n-1)} + u_n$
n merupakan bilangan asli.

Definisi 6.2

Deret aritmetika adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmetika, $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{(n-1)}, s_n, \ldots$ dengan $s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{(n-1)} + u_n$

Untuk menentukan jumlah n suku pertama, ditentukan rumus berikut:
$s_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \ldots + (a + (n - 1)b)$ .... (1)
Persamaan 1) diubah menjadi
$s_n = (a + (n - 1)b) + \ldots + (a + 2b) + (a + b) + a$ .... (2)

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$2s_n = 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + \ldots + 2a + (n - 1)b$$
$$2s_n = n(2a + (n - 1)b)$$
$$s_n = \frac{1}{2}n\left(2a + (n-1)b\right)$$

Sifat-2

$s_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \ldots + u_{n-1} + u_n$ merupakan jumlah n suku pertama barisan aritmetika,

$$s_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1).b) = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

Contoh 6.7

Carilah jumlah bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 9!

Penyelesaian

Bilangan bulat yang habis dibagi 9 diantara 1 dan 100 adalah

9, 18, 27, …, 99

Bilangan-bilangan tersebut membentuk barisan aritmetika dengan $a = 9$, $b = 9$, dan $u_n = 99$. Selanjutnya akan ditentukan nilai n sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u_n = 99 \iff & a + (n-1)b &= 99 \\ \iff & 9 + (n-1)9 &= 99 \\ \iff & 9 + 9n - 9 &= 99 \\ \iff & 9n &= 99 \\ \iff & n &= 10 \end{aligned}$$

Jadi, banyak bilangan yang habis dibagi 9 diantara 1 dan 100 adalah 10. Dengan menggunakan rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika diperoleh:

$$s_n = \frac{1}{2}n\left(a + u_n\right) \text{ atau } s_{10} = \frac{1}{2}(10)(9 + 99) = 540$$

Dengan demikian, $9 + 18 + 27 + 36 + 45 + \ldots + 99 = 540$.

Contoh 6.8

Diketahui $a + (a + 1) + (a + 2) + \ldots + 50 = 1139$. Jika a bilangan bulat positif, maka nilai $a = \ldots$

Penyelesaian

Suku ke-n barisan bilangan di atas adalah 50, sehingga

$$\begin{aligned} u_n = \text{a} + (n-1).b \iff & 50 = a + (n-1).1 \\ \iff & a = 51 - n. \end{aligned}$$

Jumlah n suku pertama adalah 1.139 sehingga

$$\begin{aligned} s_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)\text{b}) \iff & 1139 = \frac{n}{2}(2a + (n-1).1), \text{ atau} \\ \iff & 2278 = n\left((2a + (n-1)\right). \end{aligned}$$

Dengan mensubtitusikan $a = 51 - n$, diperoleh $n^2 - 101n + 2278 = 0$.

- Ingat kembali cara menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang telah kamu pelajari SMP.

$n^2 - 101n + 2278 = 0 \iff (n - 67).(n - 34) = 0$.

diperoleh, $n = 67$ atau $n = 34$.

Jika nilai a bilangan bulat positif maka nilai yang memenuhi adalah $n = 34$ dengan nilai $a = 17$.

Contoh 6.9

Diketahui deret aritmetika tingkat satu dengan s_n adalah jumlah n suku pertama. Jika $s_n = (m^3 - 1)\, n^2 - (m^2 + 2)\, n + m - 3$, maka tentukanlah suku ke-10 pada barisan tersebut!

Penyelesaian

Dengan mengingat kembali rumus deret aritmetika tingkat satu:

$$s_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) = \frac{b}{2}n^2 + (a - b)n$$

maka

$s_n = (m^3 - 1)\, n^2 - (m^2 + 2)\, n + m^{-3}$ akan menjadi deret aritmetika tingkat satu jika $m - 3 = 0$ atau $m = 3$ sehingga $s_n = (3^3 - 1)\, n^2 - (3^2 + 2)\, n + (3 - 3) = 26n^2 - 11n$.

Jadi, $u_{10} = s_{10} - s_9 = \left(26(10^2) - 11(10)\right) - \left(26(9^2) - 11(9)\right) = 2490 - 2007 = 483.$

Uji Kompetensi 6.1

1. Tentukan jumlah deret aritmetika berikut!
   a. 3 + 6 + 9 + 12 + ... sampai dengan 18 suku.
   b. 2 + 8 + 14 + 30 + ... sampai dengan 10 suku.
   c. 1 + 6 + 11 + 16 + ... sampai dengan 14 suku.
   d. 50 + 46 + 42 + 38 + ... sampai dengan 10 suku.
   e. –22 – 16 – 10 – 4 – ... sampai dengan 20 suku.

2. Tentukan banyak suku dan jumlah deret aritmetika berikut!
   a. 4 + 9 + 14 + 19 + ... + 104
   b. 72 + 66 + 60 + 54 + ... + 12
   c. –12 – 8 – 4 – 0 – ... – 128
   d. –3 – 7 – 11 – 15 ... – 107

3. Tentukan banyak suku dari deret berikut!
   a. 6 + 9 + 12 + 15 + ... = 756
   b. 56 + 51 + 46 + 41 + ... = – 36
   c. 10 + 14 + 18 + 22 + ... = 640

4. Diketahui deret aritmetika dengan suku ke-7 dan suku ke-10 berturut-turut adalah 25 dan 37. Tentukanlah jumlah 20 suku pertama!

5. Bila a, b, c merupakan suku berurutan yang membentuk barisan aritmetika, buktikan bahwa ketiga suku berurutan berikut ini juga membentuk barisan aritmetika $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$.

6. Tentukan banyak bilangan asli yang kurang dari 999 yang tidak habis dibagi 3 atau 5.

7. Diketahui barisan yang dibentuk oleh semua bilangan asli 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 …
   Angka berapakah yang terletak pada bilangan ke 2004 ? (bilangan ke-12 adalah angka 1 dan bilangan ke-15 adalah angka 2).

8. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan persamaan berikut ini benar!
   a. $1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n\,(n + 1) = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
   b. $1^3 + 2^3 + 3^3 + .. + n^3 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

9. Pola *A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D* ... berulang sampai tak hingga. Huruf apakah yang menempati urutan $2^6 3^4$?

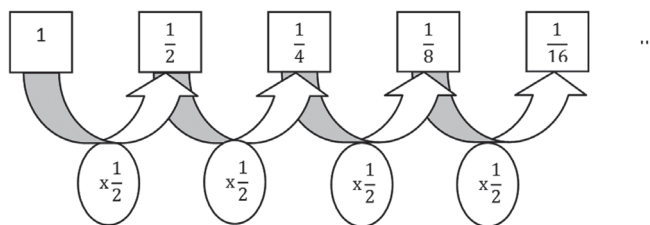
10. Diketahui barisan yang dibentuk oleh semua bilangan asli 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 …
    Angka berapakah yang terletak pada bilangan ke 2013? (bilangan ke-12 adalah angka 1 dan bilangan ke-15 adalah angka 2).

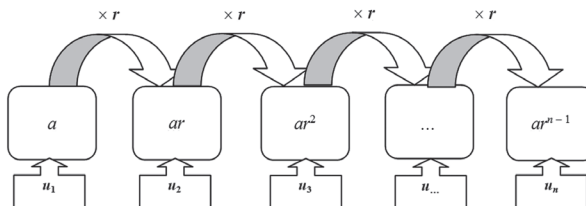
Projek

Himpunlah minimal tiga buah masalah penerapan barisan dan deret aritmatika dalam bidang fisika, teknologi informasi, dan masalah nyata di sekitarmu. Ujilah berbagai konsep dan aturan barisan dan deret aritmatika di dalam pemecahan masalah tersebut. Buatlah laporan hasil kerjamu dan sajikan di depan kelas!

3. Menemukan Konsep Barisan dan Deret Geometri

a. Barisan Geometri

Perhatikan susunan bilangan 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, ...

Nilai perbandingan $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = ... = \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{2}$. Jika nilai perbandingan dua suku berurutan dimisalkan r dan nilai suku pertama adalah a, maka susunan bilangan tersebut dapat dinyatakan dengan 1, $1\left(\frac{1}{2}\right)$, $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)$, $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)$, $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)$, ...

Perhatikan gambar berikut!

Sehingga:

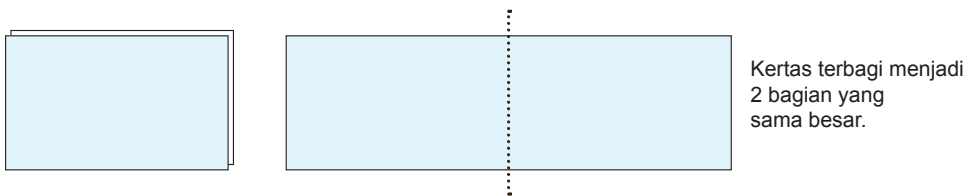
- $u_1 = a = 1$
- $u_2 = u_1.\frac{1}{2} = 1.\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow$ $u_2 = u_1.r = a.r$
- $u_3 = u_2.\frac{1}{2} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = 1.\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\Leftrightarrow$ $u_3 = u_2.r = a.r.r = a.r^2$
- $u_4 = u_3.\frac{1}{2} = 1.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\frac{1}{2} = 1.\left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\Leftrightarrow$ $u_4 = u_3.r = a.r^2.r = a.r^3$
- $u_5 = u_4.\frac{1}{2} = 1.\left(\frac{1}{2}\right)^3.\frac{1}{2} = 1.\left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\Leftrightarrow$ $u_5 = u_4.r = a.r^3.r = a.r^4$

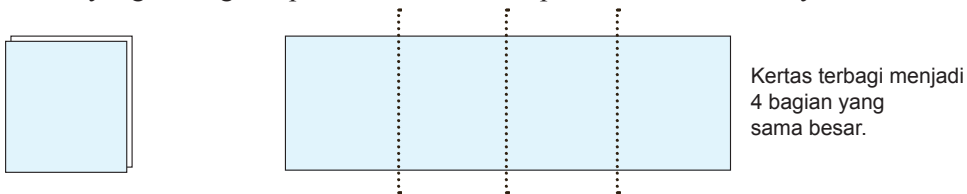
Dari pola di atas, tentunya dengan mudah kamu pahami bahwa,

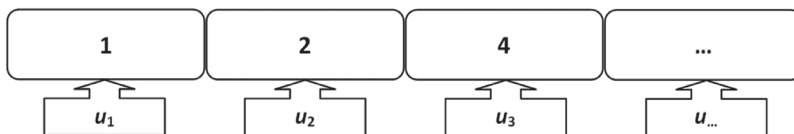
$$u_n = u_{n-1}.r = a.r^{n-2}\ .r = a.r^{n-1}$$

Orlando memiliki selembar kertas. Berikut ini disajikan satu bagian kertas.

Gambar 6.12 Selembar Kertas

Ia melipat kertas tersebut menjadi dua bagian yang sama besar.

Gambar 6.13 Selembar Kertas pada Lipatan Pertama

Kertas yang sedang terlipat ini, kemudian dilipat dua kembali olehnya.

Gambar 6.14 Selembar Kertas pada Lipatan Kedua

Orlando terus melipat dua kertas yang sedang terlipat sebelumnya. Setelah melipat, ia membuka hasil lipatan dan ditemukan kertas tersebut terbagi menjadi 2 bagian. Perhatikan bagian kertas tersebut membentuk sebuah barisan bilangan yang disajikan sebagai berikut.

Setiap dua suku berurutan dari barisan bilangan tersebut memiliki perbandingan yang sama, yaitu $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \ldots = \frac{u_n}{u_{n-1}} = 2.$ Barisan bilangan ini disebut barisan geometri.

Definisi 6.3

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang nilai pembanding (rasio) antara dua suku yang berurutan selalu tetap.
Rasio, dinotasikan r merupakan nilai perbandingan dua suku berurutan. Nilai r dinyatakan: $r = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \ldots \frac{u_n}{u_{n-1}}$.

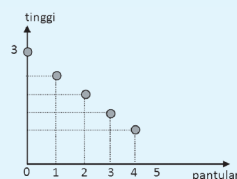
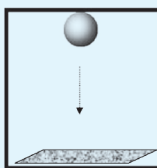
Sifat-3

Jika $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n$ merupakan susunan suku-suku barisan geometri, dengan $u_1 = a$ dan r adalah *rasio*, maka suku ke-n dinyatakan
$u_n = a.r^{n-1}$, n adalah bilangan asli.

b. Deret Geometri

Analog dengan konsep deret aritmetika, deret geometri juga penjumlahan bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola geometri. Cermati masalah di bawah ini!

Masalah-6.8

Sebuah bola jatuh dari gedung setinggi 3 meter ke lantai dan memantul kembali setinggi $\frac{4}{5}$ kali dari tinggi sebelumnya Tentukanlah panjang lintasan bola tersebut sampai pada pantulan ke-10!

Gambar 6.15 Pantulan Bola

Pandang dan amatilah kembali gambar di atas! Tampak pada Gambar 6.15 bahwa terdapat 2 kali lintasan bola yang sama tingginya setelah pantulan pertama. Misalkan a ketinggian awal bola dan misalkan t tinggi pantulan maka tinggi pantulan bola dapat diberikan pada tabel berikut.

Tabel 6.6 Tinggi Pantulan Bola

Pantulan ke ...	0	1	2	3	...
Tinggi pantulan (m)	3	12/5	48/25	192/125	...
Suku ke ...	u_1	u_2	u_3	u_4	...

- Coba kamu teruskan mengisi tabel pada pantulan berikutnya.
- Apakah mungkin terjadi ketinggian pantulan bola sama dengan nol?

Misalkan panjang lintasan bola sampai pantulan ke-10 adalah S.

$S = u_1 + 2\ (u_2 + u_3 + u_4 + ... + u_{10})$

$\Leftrightarrow S = 2\ (u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + ... + u_{10}) - u_1$

$\Leftrightarrow S = 2s_{10} - u_1$

dimana

Tabel 6.7 Deret Pantulan Bola

Deret	Jumlah suku-suku	Nilai
S_1	u_1	3
S_2	$u_1 + u_2$	$3 + \frac{12}{5} = 3(\frac{9}{5}) = 3(\frac{25-16}{5})$
S_3	$u_1 + u_2 + u_3$	$3 + \frac{12}{5} + \frac{48}{25} = 3(\frac{61}{25}) = 3(\frac{125-64}{25})$
S_4	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4$	$3 + \frac{12}{5} + \frac{48}{25} + \frac{192}{125} = 3(\frac{369}{125}) = 3(\frac{625-256}{125})$
...	...	...
S_n	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 ... + u_n$	$s_n = 3(\frac{5^n - 4^n}{5^{n-1}})$

Berdasarkan Tabel 6.7 deret bilangan tersebut adalah sebuah barisan jumlah, $s_1, s_2, s_3, ..., s_n, ...$ yaitu $3(\frac{5^1 - 4^1}{5^0}), 3(\frac{5^2 - 4^2}{5^1}), 3(\frac{5^3 - 4^3}{5^2}), ..., 3(\frac{5^n - 4^n}{5^{n-1}})$.

Sehingga $s_{10} = 3(\frac{5^{10} - 4^{10}}{5^9})$

Jadi, panjang lintasan bola sampai pantulan ke-10 adalah $S = 2s_{10} - u_1$ atau $S = 6(\frac{5^{10} - 4^{10}}{5^9}) - 3$

- Coba kamu diskusikan bersama temanmu untuk mencari panjang lintasan bola pantul jika dilemparkan ke atas setinggi 5 meter dan memantul setinggi 4/5 kali dari tinggi sebelumnya.

Definisi 6.4

Deret geometri adalah barisan jumlah n suku pertama barisan geometri.
Bentuk umum:

$$s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$$

atau

$$s_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$$

dengan $u_1 = a$, rasio = r.

Sifat-4

Jika suatu deret geometri suku pertama adalah $u_1 = a$, dan rasio = r, maka jumlah n suku pertama adalah

i. $s_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$, untuk $r < 1$. $r >$

ii. $s_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$, untuk $r > 1$.

iii. $s_n = na$, untuk $r = 1$.

Bukti:

i. $s_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$ .... (1)

Dengan mengalihkan kedua ruas persamaan 1) dengan r, didapatkan Persamaan berikut.

$rs_n = ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^n$ .... (2)

Sekarang, selisih persamaan (1) dengan (2), diperoleh

$s_n - rs_n = (a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}) - (ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^n)$

$s_n(1 - r) = a - ar^n$

$s_n = s_n = \dfrac{a - ar^n}{1-r}$

Rumus jumlah n suku pertama deret geometri adalah

$s_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$, $r < 1$.

ii. Untuk membuktikan prinsip ini, coba kamu kerjakan sebagai berikut.

Contoh 6.10

Tentukan jumlah 10 suku pertama dari deret geometri berikut ini!

$$4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots$$

Penyelesaian

Pertama harus ditentukan rasio deret bilangan tersebut.

$$r = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \frac{1}{4}.$$

Karena $r < 1$, maka jumlah 10 suku pertama ditentukan melalui rumus,

$$s_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Akibatnya, $s_{10} = \dfrac{4\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right)}{1\frac{1}{4}} = \dfrac{4\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right)}{\frac{3}{4}} = \dfrac{16}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right).$

Pertanyaan Kritis

Perhatikan pola barisan bilangan berikut!

a) 1, 3, 7, 9, …
b) 1, 4, 9, 16, …
c) 3, 1, 4, 2, 5, …

Apakah barisan tersebut termasuk barisan aritmetika atau barisan geometri? Tentukanlah suku ke 10 dari pola barisan di atas!

Uji Kompetensi 6.2

1. Untuk memeriksa sebuah barisan merupakan barisan geometri apakah cukup hanya dengan menentukan rasio dua suku berturutan? Jelaskan dengan menggunakan contoh!
2. Tiga bilangan membentuk barisan aritmetika. Jika suku ketiga ditambah 3 dan suku kedua dikurangi 1, diperoleh barisan geometri. Jika suku ketiga barisan aritmetika ditambah 8, maka hasilnya menjadi 5 kali suku pertama. Tentukan beda dari barisan aritmetika tersebut!
3. Tiga bilangan positif membentuk barisan geometri dengan rasio $r > 1$. Jika suku tengah ditambah 4, maka terbentuk sebuah barisan aritmetika yang jumlahnya 30. Tentukan Hasil kali dari ketiga bilangan tersebut!
4. Suku-suku barisan geometri tak hingga adalah positif, jumlah $u_1 + u_2 = 60$, dan $u_3 + u_4 = 15$, tentukan jumlah suku barisan itu!
5. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 8m dan memantul kembali de ngan ketinggian $\frac{3}{5}$ kali tinggi sebelumnya. Pemantulan ini berlangsung terus menerus hingga bola berhenti. Berapakah jarak lintasan seluruhnya?
6. Jika jumlah semua suku deret geometri tak hingga adalah 72 dan jumlah semua sukunya yang berindeks ganjil adalah 48, tentukan suku ke-3 deret tersebut!
7. Pertumbuhan penduduk biasanya dinyatakan dalam persen. Misalnya, pertumbuhan penduduk adalah 2% per tahun artinya jumlah penduduk bertambah sebesar 2% dari jumlah penduduk tahun sebelumnya. Pertambahan penduduk menjadi dua kali setiap 10 tahun. Jumlah penduduk desa pada awalnya 500 orang, berapakah jumlah penduduknya setelah 70 tahun apabila pertumbuhannya 2.5%?
8. Pertumbuhan ekonomi biasanya dalam persen. Misalnya, pertumbuhan ekonomi suatu negara sebesar 5% per tahun artinya terjadi pertambahan Produk Domestik Bruto (PDB) sebesar 5% dari PDB tahun sebelumnya. Berdasarkan analisis, ekonomi Indonesia akan mengalami pertumbuhan sebesar 6.5% per tahun selama tiga tahun ke depan. Tentukan PDB pada tahun ketiga apabila PDB tahun ini PDB-nya sebesar 125 triliun rupiah.
9. Jika barisan $x_1, x_2, x_3, \ldots$ memenuhi $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = n^3$, untuk semua n bilangan asli, maka x_{100} = ...

10. Kenaikan harga barang-barang disebut inflasi. Berdasarkan analisis, ekonomi Indonesia akan mengalami inflasi sebesar 8% per tahun selama 5 tahun mendatang. Apabila harga emas sekarang ini adalah Rp 200.000,- per gram, tentukan harga sabun tersebut empat tahun lagi.

Projek

Himpunlah minimal tiga buah masalah penerapan barisan dan deret geometri dalam bidang fisika, teknologi informasi dan masalah nyata di sekitarmu. Ujilah berbagai konsep dan aturan barisan dan deret geometri di dalam pemecahan masalah tersebut. Buatlah laporan hasil kerjamu dan sajikan di depan kelas.

D. PENUTUP

Beberapa hal penting sebagai kesimpulan dari hasil pembahasan materi barisan dan deret, disajikan sebagai berikut.

1. Barisan bilangan adalah sebuah fungsi dengan domainnya himpunan bilangan asli dan daerah hasilnya suatu himpunan bagian dari himpunan bilangan real.
2. Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang memiliki beda dua suku berurutan selalu tetap.
3. Deret aritmetika adalah jumlah suku-suku barisan aritmetika.
4. Barisan geometri adalah barisan bilangan yang memiliki hasil bagi dua suku berurutan adalah tetap. Hasil bagi dua suku berurutan disebut rasio.
5. Deret geometri adalah jumlah suku-suku dari barisan geometri.
6. Masih banyak jenis barisan yang akan kamu pelajari pada jenjang yang lebih tinggi, seperti barisan naik dan turun, barisan harmonik, barisan fibonaci, dan lain sebagainya. Kamu dapat menggunakan sumber bacaan lain untuk lebih mendalami sifat-sifat barisan dan deret.

Selanjutnya kita akan membahas materi persamaan dan fungsi kuadrat. Tentu kamu wajib mengulangi mempelajari materi persamaan linear, relasi, dan fungsi, sebab materi tersebut adalah prasyarat utama mempelajari persamaan dan fungsi kuadrat.